

VIII.2. Układ przestrzenny obserwatora.

VIII.2.1. G – transformacja.

Założmy, że jednostka odległości r ustalona jest w układzie absolutnym **A-space**. Odległość $r = c \cdot \tau$ jest przebywana przez światło z prędkością $c = \text{constant}$ w czasie τ . Z powyższego wynika izotropowość tych wielkości w układzie **A-space**.

Niech przestrzenny układ obserwatora **SO-system** porusza się z prędkością v w układzie **A-space**. Jeżeli w **A-space** w kierunku γ sygnał przebywa odległość r z prędkością c w czasie τ , to w tym samym czasie $\tau = \text{invariant}$, w przestrzennym układzie obserwatora **SO-system** sygnał ten przebywa w kierunku $\delta = \gamma + \phi$ (ϕ – kąt aberracji) odległość G_δ z prędkością względnie absolutną u taką, że:

$$\left. \begin{aligned} \tau = \frac{r}{c} = \frac{G_\delta}{u} = \text{invariant} \\ \mathbf{K}_\delta = \frac{u}{c} = \frac{G_\delta}{r} \end{aligned} \right\} \text{ a stąd}$$

gdzie: \mathbf{K}_δ – transformacja prędkości według zależności (VIII.1.2).
Mamy więc:

$$\left. \begin{aligned} G_\delta &= r \cdot \mathbf{K}_\delta = r \left[-\beta \cos \delta + \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2 \delta} \right] \\ G_\gamma &= r \cdot \mathbf{K}_\gamma = r \cdot \sqrt{1 - 2\beta \cos \gamma + \beta^2} \\ \tau &= \text{invariant} \end{aligned} \right\} \text{ (VIII.2.1.)}$$

Powyższe zależności zwane są dalej ogólnie **G-transformacją**.

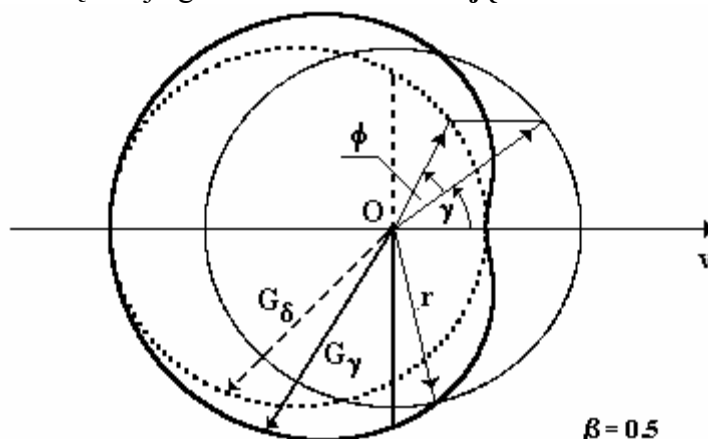


Fig. VIII.2.1. Rozkład kątowy odległości G w przestrzennym układzie **SO-system** dla sygnałów biegnących od punktu O w **A-space** (Eqs VIII.2.1.).

Odległości G_δ „widziane” (odwzorowane) są w poruszającym się układzie obserwatora **SO-system** w ekscentrycznym okręgu o promieniu r (linia pogrubiona przerywana).

Tak więc, koncentryczny okrąg o promieniu r w układzie absolutnym **A-space** odwzorowywany jest w poruszającym się układzie **SO-system** w ekscentryczny okrąg, też o promieniu r .

Jeżeli z kolei, „widziane” odległości G_δ odłożymy w kierunkach γ w nieruchomym układzie absolutnym **A-space**, to wyznaczona zostanie konchoida okręgu (linia ciągła pogrubiona).

Na rys. VIII.2.1. przedstawiony jest rozkład odległości dla sygnału oddalającego się od punktu O w **A-space**. Kąty γ , δ oraz ϕ liczone są w układzie lewoskrętnym.

Można też rozpatrywać przypadek, gdy sygnał biegnie do punktu **O** w **A-space**, a co przedstawiono na rys. VIII.2.2.

Uwzględniając transformację VIII.1.5.), mamy:

$$\left. \begin{aligned} G_{\delta}^i &= r \cdot K_{\delta}^i = r \left[\beta \cos \delta_i + \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2 \delta_i} \right] \\ G_{\gamma}^i &= r \cdot K_{\gamma}^i = r \cdot \sqrt{1 + 2\beta \cos \gamma_i + \beta^2} \\ \tau &= \textit{invariant} \end{aligned} \right\} \quad \text{(VIII.2.2.)}$$

Kąty δ_i oraz γ_i liczone są tak jak to pokazano na rys. VIII.2.2., czyli jak to się czyni w zwykłym lewoskrętnym układzie współrzędnych biegunowych.

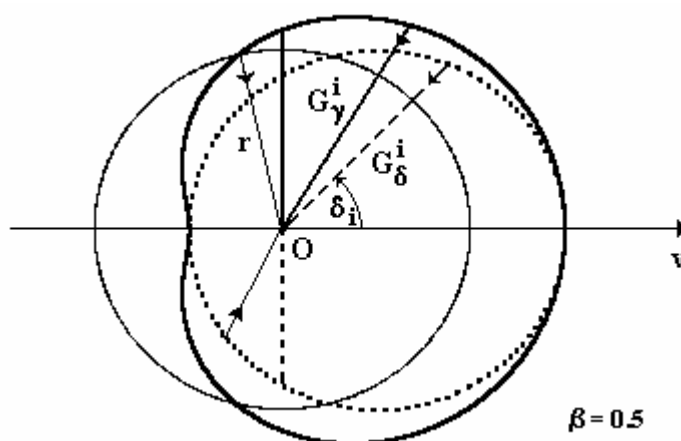


Fig. VIII.2.2. Rozkład kątowy odległości G^i w układzie **SO-system** dla sygnałów biegnących do punktu **O** w **A-space**.

Transformacje Galileo Galilei.

Szczególnymi przypadkami **G-transformacji** są znane transformacje Galileusza. Należy tu rozpatrywać ruch sygnału wzdłuż osi ruchu **v** przestrzennego układu obserwatora **SO-system**. Załóżmy, że sygnał biegnie z prędkością **c** wzdłuż osi ruchu **v** przestrzennego układu obserwatora **SO-system**.

1. Jeżeli sygnał biegnie od punktu **O** w **A-space** (Fig. VIII.2.1.) to spełnione są warunki:

a) dla warunku: $\delta = \gamma = 0$, z transformacji (VIII.2.1.) znajdujemy:

$$\left. \begin{aligned} G^- &= r(1 - \beta) = (r - v\tau) \\ \tau &= \textit{invariant} \end{aligned} \right\} \quad \text{(VIII.2.3.)}$$

b) natomiast dla warunku: $\delta = \gamma = \pi$, mamy:

$$\left. \begin{aligned} G^+ &= r(1 + \beta) = (r + v\tau) \\ \tau &= \textit{invariant} \end{aligned} \right\} \quad \text{(VIII.2.4.)}$$

Z powyższych zależności, mamy: $G^- + G^+ = 2r$, co wyznacza promień **r** okręgu w układzie absolutnym **A-space**, a także promień **r** ekscentrycznego okręgu w **SO-system**.

Odległości G^- oraz G^+ przebywane przez sygnał z prędkościami **u** w przestrzennym układzie obserwatora **SO-system**, gdy w tym samym czasie τ w układzie absolutnym **A-space** sygnał przebywa jednostkową odległość **r** z prędkością **c**.

2. Jeżeli sygnał biegnie do punktu **O** w **A-space** (Fig. VIII.2.2.), to spełnione są warunki:

a) dla warunku: $\delta = \gamma = 0$, z transformacji VIII.2.2.) znajdujemy:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{G}_i^+ &= \mathbf{r} \cdot (\mathbf{1} + \boldsymbol{\beta}) = (\mathbf{r} + \mathbf{v}\tau) \\ \tau &= \textit{invariant} \end{aligned} \right\} \quad \text{(VIII.2.5)}$$

b) natomiast dla warunku: $\delta = \gamma = \pi$, mamy:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{G}_i^- &= \mathbf{r} \cdot (\mathbf{1} - \boldsymbol{\beta}) = (\mathbf{r} - \mathbf{v}\tau) \\ \tau &= \textit{invariant} \end{aligned} \right\} \quad \text{(VIII.2.6)}$$

Zależności od (VIII.2.3.) do (VIII.2.6) mają postać znanych transformacji Galileo Galilei. „Efekt poprzeczny”

Z transformacji Galileo Galilei wynika t.zw. „efekt poprzeczny” w układzie obserwatora. Z transformacji od (VIII.2.3.) do (VIII.2.6), znajdujemy:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{G}^- \cdot \mathbf{G}^+ &= \mathbf{G}_i^- \cdot \mathbf{G}_i^+ = r^2 (\mathbf{1} - \boldsymbol{\beta}^2) \\ \tau &= \textit{invariant} \end{aligned} \right\}$$

A z powyższego:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{G}}_\delta &= \pm r \sqrt{\mathbf{1} - \boldsymbol{\beta}^2} \\ \tau &= \textit{invariant} \end{aligned} \right\}$$

Identyczny wynik otrzymamy także wprost z transformacji (VIII.2.1.) oraz (VIII.2.2.) dla kierunku: $\delta = \pi/2$.

Z kolei, „efekt poprzeczny” dla konchoidy okręgu znajdziemy z transformacji (VIII.2.1.) oraz (VIII.2.2.) i dla warunku: $\gamma = \pi/2$. Mamy więc:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{G}}_\gamma &= \pm r \sqrt{\mathbf{1} + \boldsymbol{\beta}^2} \\ \tau &= \textit{invariant} \end{aligned} \right\}$$

i jest to "efekt poprzeczny" dla konchoidy okręgu (linia ciągła pogrubiona).