V.3. Efekt Comptona.

Jednym z najbardziej interesujących eksperymentów dotyczących oddziaływania wzajemnego cząstek materialnych (ściślej: elektronów) z promieniowaniem elektromagnetycznym jest tzw. efekt Comptona[1] (Artur Holly, 1892-1962).
Efekt Comptona polega na kierunkowej zmianie długości fali promieniowania elektromagnetycznego (promieniowania **X**) odbitego od elektronów o masach inercjalnych **m.**

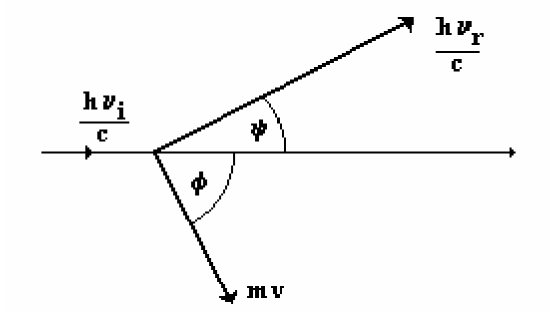

Fig. V.3.1. Efekt Comptona (patrz: tekst).

Przyjmując, że ν_i jest częstotliwością promieniowania pierwotnego (padającego), natomiast ν_r jest częstotliwością promieniowania odbitego (rozproszonego) od elektronu, oraz **p** jest pędem odrzuconego elektronu, to możemy napisać:

$\mathbf{p_i = \frac{h\nu_i}{c}}$ – pęd promieniowania padającego o energii $\mathbf{E_i = h\nu_i}$;

$\mathbf{p_r = \frac{h\nu_r}{c}}$ – pęd promieniowania odbitego o energii $\mathbf{E_r = h\nu_r}$;

$\mathbf{p_e = m \cdot v}$ – pęd odrzuconego elektronu o masie inercjalnej $\mathbf{m_e}$.

Spełniona jest tu zasada zachowania pędu oraz energii:

$$\left.\begin{aligned} \vec{\mathbf{p}}_e &= \vec{\mathbf{p}}_i - \vec{\mathbf{p}}_r \\ \mathbf{E} &= \mathbf{E_i - E_r} \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(V.3.1.)}$$

Podnosząc do kwadratu obydwie strony powyższych równań, mamy:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{p_e^2} &= \mathbf{p_i^2 + p_r^2 - 2p_ip_r\cos\psi} \\ \mathbf{E_e^2} &= \mathbf{E_i^2 + E_r^2 - 2E_iE_r} \end{aligned}\right\}$$

A z powyższego:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{p_e^2} = \left(\frac{\overline{\mathbf{E}}}{\mathbf{c}}\right)^2 &= \left(\frac{\mathbf{h\nu_i}}{\mathbf{c}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{h\nu_r}}{\mathbf{c}}\right)^2 - 2\frac{\mathbf{h\nu_i}}{\mathbf{c}}\frac{\mathbf{h\nu_r}}{\mathbf{c}}\cos\psi \\ \left(\frac{\mathbf{E_e}}{\mathbf{c}}\right)^2 = (\overline{\mathbf{p}})^2 &= \left(\frac{\mathbf{h\nu_i}}{\mathbf{c}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{h\nu_r}}{\mathbf{c}}\right)^2 - 2\frac{\mathbf{h\nu_i}}{\mathbf{c}}\frac{\mathbf{h\nu_r}}{\mathbf{c}} \end{aligned}\right\}$$

Zauważmy, że powyższe równania spełnione są według zależności **(V.2.1.)** oraz **(V.2.2.)**, czyli odpowiednio dla mas kwantowych pędu oraz energii.
Odejmując powyższe równania stronami, oraz dzieląc wynik przez masę $\mathbf{m_e}$ elektronu, mamy:

[1] A.H. Compton, *The Spectrum of Scattered X-rays*, Phys. Rev., **22**, 409 (1923).

$$\frac{1}{2}\left[\frac{p_e^2}{m_e}-\frac{\left(\frac{E_e}{c}\right)^2}{m_e}\right]=\frac{h\nu_i\cdot h\nu_r}{m_e c^2}\left(1-\cos\psi\right) \qquad \textbf{(V.3.2.)}$$

Lewa, a tym samym i prawa strona powyższej zależności przedstawia sobą zmianę energii kinetycznej elektronu, a która to zmiana jest równa zmianie energii promieniowania elektromagnetycznego:

$$\Delta E = h\nu_i - h\nu_r \qquad \textbf{(V.3.3.)}$$

Tym samym, energia ΔE według powyższej zależności jest energią jaką zyskał elektron. Porównując stronami zależności **(V.3.2.)** oraz **(V.3.3.)**, znajdujemy:

$$\Delta E = h\nu_i - h\nu_r = \frac{h\nu_i\cdot h\nu_r}{m_e c^2}\left(1-\cos\psi\right)$$

Z powyższego, mamy też:

$$\left.\begin{aligned}&\left[\frac{1}{\nu_r}-\frac{1}{\nu_i}\right]=\frac{h}{m_e c^2}\left(1-\cos\psi\right)\\ &\text{lub}\\ &\lambda_r-\lambda_i=\frac{h}{m_e c}\left(1-\cos\psi\right)=\lambda_C\left(1-\cos\psi\right)\end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(V.3.4.)}$$

co dokładnie zgadza się z wynikami doświadczenia (A.H. Compton, 1923).
Zauważmy, że w powyższym $m_e c$ oraz $m_e c^2$ są odpowiednio kwantami pędu oraz energii elektronu według zależności **(V.2.3.)**.

Długość fali promieniowania elektromagnetycznego o wartości:

$$\lambda_C=\frac{h}{m_e c}=\frac{hc}{m_e c^2}=\frac{\lambda-\lambda_o}{1-\cos\psi}=\textit{constant} \qquad \textbf{(V.3.5.)}$$

zwana jest comptonowską długością fali.
Bardziej rozbudowany wynik uzyskamy, uwzględniając wartość ładunku **e** przypisanego masie m_e elektronu. Mamy więc **(Eq. V.5.3.):**

$$\lambda_C=\frac{eK}{m_e c^2}=\frac{\lambda-\lambda_o}{1-\cos\psi}=\textit{constant}$$

Ponieważ: $c=\lambda_C\cdot\nu_C$, to mamy też:

$$\nu_C=\frac{c}{\lambda_C}=\frac{m_e c^2}{h}$$

Z powyższego, znajdujemy:

$$E_C=\frac{hc}{\lambda_C}=h\nu_C=m_e c^2=\textit{constant} \qquad \textbf{(V.3.6.)}$$

co określa *kwant energii* według równania **(V.1.3.)** Maxa Plancka.

Powyższe wyniki można otrzymać także w inny sposób, jeżeli uwzględnimy, że dla oddziaływania wzajemnego elektronów i promieniowania elektromagnetycznego spełniona jest zasada zachowania momentu energii **N** według zależności **(V.5.2.)** .

Można przyjąć, że w oddziaływaniu wzajemnym elektronu o masie $\mathbf{m_e}$ i poziomie energetycznym $\mathbf{E_c = mc^2}$ **(Eqs V.2.3.)** oraz promieniowania elektromagnetycznego o długości fali $\boldsymbol{\lambda_C}$ odpowiada moment energii $\mathbf{N_C}$ taki, że:

$$\mathbf{N_C = m_e c^2 \cdot \lambda_C = e \cdot K = hc}$$

Podobnie, dla długości fali $\boldsymbol{\lambda_i}$ oraz $\boldsymbol{\lambda_r}$, mamy odpowiednio:

$$\mathbf{N_i = m_e c^2 \cdot \lambda_i} \qquad \text{oraz} \qquad \mathbf{N_r = m_e c^2 \cdot \lambda_r}$$

W przypadku dyskutowanego wyżej efektu Comptona, możemy więc napisać:

$$\mathbf{m_e c^2 \lambda_r - m_e c^2 \lambda_i = N_C - N_C \cos\psi}$$

I mamy:

$$\boldsymbol{\lambda_r - \lambda_i = \lambda_C (1 - \cos\psi)}$$

Z powyższego znajdujemy zależności od **(V.3.4.)** do **(V.3.6.)**.