I.2. Transformacje Galileo Galilei.

Identyczny problem co paradoks Achilles-żółw Zenona z Elei rozpatrywał wiele wieków później Galileo Galilei ze słonecznej Italii.

Zauważył wprost, że Achilles doganiając żółwia przebył odległość równą sumie odległości początkowej między Achillesem a żółwiem oraz odległości przebytej przez żółwia:

$$l_1 = ct_1 = ct + vt_1 = l + vt_1 \qquad \textbf{(I.2.1.)}$$

Natomiast, jeżeli Achilles i żółw biegną naprzeciwko siebie, to początkowa odległość między nimi jest dokładnie równa sumie odległości jakie obydwaj przebyli w tym samym czasie $\mathbf{t_2}$:

$$l = ct = ct_2 + vt_2 = l_2 + vt_2$$

A z powyższego:

$$l_2 = ct_2 = ct - vt_2 = l - vt_2 \qquad \textbf{(I.2.2.)}$$

Zależności **(I.2.1.)** oraz **(I.2.2.)** znane są jako transformacje Galileo Galilei.

Zauważmy, że transformacje **(I.1.9.)**, **(I.1.10.)** oraz **(I.1.11.)** Zenona z Elei można wprost otrzymać ze wskazanych wyżej transformacji Galileo Galilei.
Rzeczywiście, z transformacji **(I.2.1.)** otrzymujemy:

$$t_1(c - v) = ct$$

A z powyższego:

$$t_1 = \frac{ct}{c - v} = \frac{t}{1 - \beta}$$

czyli transformację **(I.1.10.)** Zenona z Elei.

Z kolei, mnożąc powyższe obustronnie przez **c** = ***constant***, znajdujemy:

$$l_1 = ct_1 = \frac{ct}{1 - \beta} = \frac{l}{1 - \beta}$$

czyli transformację **(I.1.9.)** Zenona z Elei.

W identyczny sposób możemy znaleźć transformacje **(I.11.)** Zenona z Elei.

Uwzględniając powyższe, transformacje Zenona z Elei oraz Galileo Galilei możemy przepisać w jednolitej formie:

$$\left.\begin{aligned} l_1 &= \frac{l}{1 - \beta} = l + vt_1 \\ l_2 &= \frac{l}{1 + \beta} = l - vt_2 \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(I.2.3.)}$$

Powyższe transformacje można by więc nazwać transformacjami Zenona-Galileo.

Jednak, chociaż zapis **(I.2.3.)** jest formalnie poprawny, to z punktu widzenia **sensu fizycznego** zapis ten nie jest poprawny. A to z tego względu, że istnieje zasadnicza różnica między transformacjami Zenona z Elei a transformacjami Galileo Galilei.

Według transformacji Zenona z Elei, jednostka odległości $\boldsymbol{l}$ ustalona jest w poruszającym się układzie, czyli między poruszającym się Achillesem oraz poruszającym się żółwiem. W układzie tym Achilles przebywa jednostkową odległość $\boldsymbol{l}$ między nim a poruszającym się żółwiem, czyli względem poruszającego się żółwia. Prędkość wzajemna Achillesa i żółwia wynosi $\mathbf{w_1}$ gdy Achilles dogania żółwia. Natomiast prędkość wzajemna Achillesa i żółwia wynosi $\mathbf{w_2}$ gdy Achilles i żółw biegną naprzeciwko siebie.
Układ taki można nazwać **poruszającym się układem względnym.**
W tym przypadku, prędkość tego układu względem bieżni jest równa prędkości żółwia.

Inaczej jest w przypadku transformacji Galileo Galilei. Jednostka odległości $\boldsymbol{l}$ ustalona jest w nieruchomym układzie odniesienia (względem bieżni). Achilles przebywa odległości $\boldsymbol{l_1}$ lub $\boldsymbol{l_2}$ względem bieżni, czyli w nieruchomym układzie odniesienia, zwanym tu **nieruchomym układem względnym.**
To samo dotyczy prędkości **c** Achillesa oraz prędkości **v** żółwia.
Natomiast, czasy $\mathbf{t_1}$ oraz $\mathbf{t_2}$ mają charakter **niezmienniczy**, ponieważ odnoszą się tak do poruszającego się, jak i nieruchomego układu względnego.

Na zakończenie zauważmy, że współcześni fizycy niechętnie lub wcale nie wskazują i nie dyskutują paradoksów Zenona z Elei. Być może, jest to zbyt trudne…
Natomiast w matematyce, paradoks Zenona z Elei czy Achilles dogoni żółwia rozwiązywany jest przy pomocy rachunku nieskończonościowego (szereg liczbowy nieskończenie zbieżny).
I goniąc żółwia nieskończenie długo, dogonili go w… nieskończoności. Amen.