

Kwantowa natura promieniowania elektromagnetycznego

Zjawisko fotoelektryczne.

Zadanie 1.

Jaką prędkość posiada fotoelektron wytworzony przez kwant γ o energii $E_\gamma = 1,27 \text{ MeV}$?

Rozwiązanie

W porównaniu z pracą wyjścia elektronu z atomu W energia kwantu E_γ jest dużo większa ($E_\gamma \gg W$).

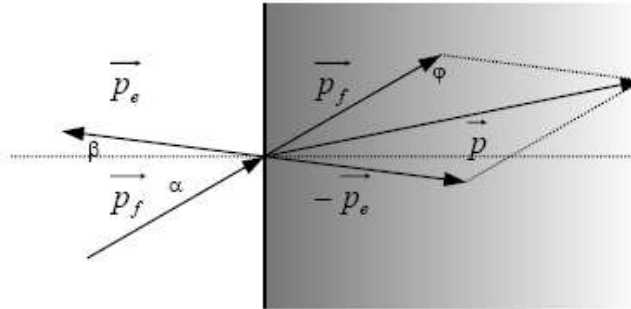
Zaniedbujemy więc pracę wyjścia elektronu podstawiając W do równania:

$$\begin{aligned}
 E_\gamma &= W + E_e \\
 E_\gamma &= mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - m_0c^2 \\
 E_\gamma + m_0c^2 &= \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\
 (E_\gamma + m_0c^2)^2 &= \frac{m_0^2c^4}{1 - \frac{V^2}{c^2}} \\
 \frac{V^2}{c^2} &= 1 - \frac{m_0^2c^4}{(E_\gamma + m_0c^2)^2} \\
 V &= c \frac{\sqrt{E_\gamma(E_\gamma + 2m_0c^2)}}{E_\gamma + m_0c^2} = 0,96c.
 \end{aligned}$$

Zadanie 2.

Na płytkę cynkową pada pod kątem α foton o długości fali λ i wybija z niej elektron. Znaleźć wartość pędu przekazanego płytce w tym procesie jeśli fotoelektron wyleciał pod kątem β .

Rozwiązanie



Z zasady zachowania pędu wynika:

$$(1) \quad \vec{p}_f = \vec{p}_e + \vec{p}$$

$$(2) \quad p^2 = p_f^2 + p_e^2 - 2p_f p_e \cos \varphi$$

$$(3) \quad 2\varphi + 2(\alpha + \beta) = 2\pi \quad \varphi = \pi - (\alpha + \beta) \quad \cos \varphi = -\cos(\alpha + \beta)$$

$$(4) \quad p^2 = p_f^2 + p_e^2 + 2p_f p_e \cos(\alpha + \beta)$$

Ponieważ:

$$(5) \quad p_f = \frac{h}{\lambda}, \quad E_f = W + \frac{p_e^2}{2m_0} \quad \text{i} \quad E_f = p_f c \quad \text{to} \quad p_f c = W + \frac{p_e^2}{2m_0}$$

Podstawiając do wzoru (4) wyznaczoną z równania (5) wartość pędu elektronu otrzymamy wyrażenie na pęd przekazany płytce w postaci:

$$(6) \quad p = \left\{ \frac{h^2}{\lambda^2} + 2m_0 \left(\frac{hc}{\lambda} - W \right) + 2 \frac{h}{\lambda} \left[2m_0 \left(\frac{hc}{\lambda} - W \right) \right]^{\frac{1}{2}} \cos(\alpha + \beta) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Zadanie 3.

Wyznaczyć maksymalną liczbę elektronów wyrwanych z powierzchni srebrnej kuli o promieniu **R** jeśli będziemy oświetlać ją monochromatycznym promieniowaniem o długości fali **λ**. Kula znajduje się w próżni z dala od innych przedmiotów a praca wyjścia elektronu z powierzchni srebra wynosi **W**.

Rozwiązanie

W wyniku zjawiska fotoelektrycznego opisanego wzorem

$$E_f = h\nu = W + \frac{mV^2}{2}$$

elektrony opuszczając powierzchnię srebra powodują ładowanie jej ładunkiem dodatnim. Zjawisko trwa aż do chwili gdy potencjał kuli jest wystarczający aby wszystkie uwolnione elektrony wyhamować. Jest to potencjał hamowania **V_h** spełniający warunki:

$$V_h = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \quad i \quad eV_h = \frac{mV^2}{2}$$

gdzie: **Q** jest ładunkiem zgromadzonym na kuli o promieniu **R**.

Ponieważ

$$Q = n|e|$$

(gdzie n jest liczbą elektronów, które opuściły kulę) to:

$$n = \frac{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{hc}{\lambda} - W \right)}{e^2}$$

Zadanie 4.

Na powierzchnię metalu padają kwanty **γ** o długości fali **0,0012nm**. W porównaniu ich energią praca wyjścia elektronów jest tak mała, że można ją zaniedbać. Jaka będzie prędkość wylotu elektronów policzona ze wzoru Einsteina dla zjawiska fotoelektrycznego? Jak wyjaśnić otrzymany wynik?

Rozwiązanie

$$\frac{hc}{\lambda} = W + \frac{m_0 V^2}{2}$$

Ponieważ **W << E_f** to

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{m_0 V^2}{2}$$

$$V = \sqrt{\frac{2hc}{m_0 \lambda}} = 6 \cdot 10^8 \frac{m}{s} > c$$

Zastosowanie klasycznego wzoru na energię kinetyczną prowadzi do sprzeczności ze szczególną teorią względności, dlatego należy zastosować wzór wynikający z tej teorii:

$$E_k = mc^2 - m_0c^2$$

co prowadzi do wyniku: **$V=0,93c$** .

Zadanie 5.

Graniczna długość fali promieniowania wywołującego dla pewnego metalu fotoemisję (tzw. próg fotoelektryczny) wynosi **$\lambda_0=260\text{nm}$** . Jaka będzie prędkość fotoelektronów gdy ten metal naświetlimy promieniowaniem nadfioletowym o długości fali **$\lambda =150\text{nm}$** ? Dane: **$h=6,61\cdot 10^{-34}\text{Js}$** , **$m_0=9,1\cdot 10^{-31}\text{kg}$** , **$c=3\cdot 10^8\text{m/s}$** .

Rozwiązanie

Graniczna długość fali promieniowania jest zdefiniowana:

$$\frac{hc}{\lambda_g} = W$$

gdzie **W** - praca wyjścia.

Biorąc to pod uwagę otrzymujemy: **$V=1,1\cdot 10^5\text{m/s}$** .

Zadanie 6.

Wyznaczyć długość fali światła wybijającego z powierzchni metalu elektrony, które są całkowicie zahamowane przez potencjał **V_h** . Zjawisko fotoelektryczne zaczyna się w tym metalu przy częstotliwości promieniowania **ν_0** .

Rozwiązanie

$$\lambda = \frac{hc}{h\nu_0 + eV_h}$$

Zadanie 7.

Źródło monochromatycznego promieniowania ultrafioletowego emituje **$n=5\cdot 10^{19}$** fotonów w ciągu sekundy. Moc tego promieniowania wynosi **$P=50\text{W}$** . Oblicz pęd pojedynczego fotonu oraz maksymalną prędkość elektronów wybijanych przez te fotony z metalu o pracy wyjścia **$W=5\text{eV}$** .

Rozwiązanie

Jeśli wydajność źródła wynosi n [fotonów/s] a każdy foton ma energię **E_f** to moc promieniowania wynosi:

$$P = nE_f = nh\nu$$

Pęd fotonu emitowanego przez źródło wynosi:

$$p_f = \frac{h\nu}{c} = \frac{P}{nc}$$

Prędkość fotoelektronu uwolnionego w tym zjawisku można wyliczyć z zależności:

$$E_f = W + \frac{mV_e^2}{2}$$

Zadanie 8.

Na powierzchnię metalu o pracy wyjścia W pada monochromatyczne promieniowanie o długości fali λ i wywołuje emisję elektronów. Jaki minimalny potencjał należy przyłożyć do metalu, aby zahamować emisję elektronów?

Rozwiązanie

$$V_h = \frac{hc - \lambda W}{\lambda e}$$

Zadanie 9.

Długofalowa granica zjawiska fotoelektrycznego dla platyny wynosi około **198 nm**. Po ogrzaniu platyny do wysokiej temperatury ta granica wynosi **220 nm**. O ile ogrzewanie zmniejszyło pracę wyjścia?

Rozwiązanie

$$\Delta W = 0,63 \text{ eV}$$

Zadanie 10.

Fotoelektrony wyrwane z powierzchni pewnego metalu przez kwanty światła o częstotliwości $\nu_1 = 2,2 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ są wyhamowane w polu o różnicy potencjału $U_1 = 6,6 \text{ V}$, a światłem o częstotliwości $\nu_2 = 4,6 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ w polu o różnicy potencjału $U_2 = 16,5 \text{ V}$. Znaleźć stałą Plancka.

Rozwiązanie

$$h = \frac{e(V_2 - V_1)}{\nu_1 - \nu_2} = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$