Podstawy fizyki kwantowej.

Zadania z rozwiązaniami.

1

Zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne

Progowa długość fali dla wybicia fotoelektronów z metalicznego sodu wynosi $5.45 \cdot 10^{-7}\,m$

a. wyznacz maksymalną prędkość elektronów wybijanych przez światło o długości fali $2 \cdot 10^{-7}\,m$

b. jakie jest napięcie hamujące dla fotoelektronów wybijanych z sodu przez światło o długości fali $2 \cdot 10^{-7}\,m$.

Rozwiązanie
Znając progową długość fali na wybicie elektronu możemy obliczyć, jaka jest praca wyjścia *(praca potrzebna do wybicia elektronu z powierzchni metalu)* dla sodu. Pomiędzy długością fali światła a energią fotonu jest związek:

$$E = h\nu$$

gdzie $\nu = \frac{1}{T}$. Długość fali to inaczej odległość, jaką pokonuje fala w czasie jednego okresu, więc dla światła $\lambda = cT$. Uwzględniając powyższe $\nu = \frac{c}{\lambda}$

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$W_w = \frac{hc}{\lambda_{gr}}$$

W_w - praca wyjścia, λ_{gr} - graniczna długość fali

Jeśli cała energia padającego fotonu zostanie zużyta na wybicie elektronu to elektron będzie miał energię

$$E = h\nu - W_w$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_{gr}}$$

Oczywiście E jest energią kinetyczną elektronu, więc można napisać

$$\frac{m_e v^2}{2} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{gr}}\right)$$

$$\upsilon^2 = \frac{2hc}{m_e}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{gr}}\right)$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2hc}{m_e}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{gr}}\right)}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2hc}{m_e}\left(\frac{\lambda_{gr} - 1}{\lambda\lambda_{gr}}\right)}$$

Obliczenie napięcia hamującego też nie jest problemem. Wystarczy energię elektronu w dżulach podzielić przez ładunek elektronu. Po podstawieniu

$$\upsilon = 1.18 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

$$E = 6{,}29 \cdot 10^{-19} J$$

$$U = 3.93V$$

2

Fale materii

Ile wynosi długość fali przypisana elektronowi o energii 100 eV.

Rozwiązanie

Długość fali cząstki materialnej poruszającej się z prędkością v jest opisana wzorem:

$$\lambda = \frac{h}{m\upsilon}$$

gdzie ***h*** oznacza stałą Plancka (tzw. kwant działania); ***m*** masa cząstki. Energia kinetyczna elektronu to

$$E = \frac{m_e\upsilon^2}{2}$$

więc

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2E}{m_e}}$$

po podstawieniu do zależności na λ

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2Em_e}}$$

Energia wstawiana do powyższego wzoru musi być w ***J***, należy więc dokonać zamiany $100eV = 100 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} J$.

Po podstawieniu wartości liczbowych dostajemy wynik

$$\lambda = 1.23 \cdot 10^{-10} m$$

Model planetarny atomu według Bohra

Załóż, że model planetarny opisuje ruch elektronu w atomie wodoru. Jeśli promień orbity elektronu wynosi $5.3 \cdot 10^{-11} m$ oblicz:

a. częstość kołową elektronu,

b. prędkość liniową elektronu,

c. energię kinetyczną elektronu w *eV*. Jaka jest minimalna energia potrzebna do zjonizowania atomu?

Rozwiązanie

Oczywiście trzeba pamiętać, że model Bohra jest błędny i nie oparty na żadnych konkretnych przesłankach fizycznych. W zadaniu zakłada się jednak, że atom wodoru jest zbudowany tak jak to opisał Bohr.

Wtedy rozważamy ruch elektronu wokół masywnego **jądra***. Pomiędzy elektronem a protonem występuje kulombowskie oddziaływanie przyciągające

**Przyjmujemy, i nie jest to wielkim błędem, że środek masy układu jądro elektron znajduje się jądrze. Elektron ma masę $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} kg$. Natomiast proton (stanowiący jądro atomu wodoru) $m_p = 1.676 \cdot 10^{-27} kg$. Jak widać jest to różnica czterech rzędów wielkości.*

$$F = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Jest to jednocześnie siła dośrodkowa w ruchu po okręgu. Jak pamiętamy z lekcji fizyki siła dośrodkowa wyraża się wzorem

$$F_d = \frac{\upsilon^2}{r} m$$

gdzie ***v*** prędkość liniowa ciała poruszającego się po okręgu; ***r*** promień okręgu; ***m*** masa ciała;
W tym zadaniu siła dośrodkowa wygląda następująco:

$$F_d = \frac{\upsilon^2}{r} m_e$$

i jest równa sile oddziaływania elektrostatycznego, więc:

$$\frac{\upsilon^2}{r} m_e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

i dostajemy prędkość liniową

$$\upsilon = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r m_e}}$$

Częstość kołową uzyskamy łatwo, gdy zauważymy, że:

$$\upsilon = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\frac{\upsilon}{r} = \frac{2\pi}{T} = \omega$$

więc

$$\omega = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r m_e}}$$

Obliczenie energii kinetycznej też nie stanowi problemu.

$$\frac{\upsilon^2 m_e}{2} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$$

$$E = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$$

*Elektron i jądro w atomie tworzą stan związany, podobnie w stanie związanym są Ziemia i Księżyc czy Ziemia i stacja orbitalna. Gdy ludzie wysyłają sondy kosmiczne poza układ słoneczny to nadają im taką energię, aby nie tworzyły stanów związanych z innymi planetami.

Aby obliczyć energię jonizacji trzeba znać całkowitą energię elektronu, czyli nie tylko energię kinetyczną, ale i potencjalną. Suma tych energii daje energię całkowitą i dla stanów **związanych*** jest zawsze ujemna.

Energia potencjalna układu proton { elektron wyraża się wzorem

$$E = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Energia całkowita wyrazi się sumą

$$E_c = E_p + E_k = E_{jonizacji}$$

$$E_{jonizacji} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$$

co po sprowadzeniu do wspólnego mianownika daje

$$E_{jonizacji} = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$$

Ostatecznie po podstawieniu otrzymujemy wyniki:

$$\omega = 4.12 \cdot 10^{16}\, s^{-1}$$

$$\upsilon = 2185993 \frac{m}{s}$$

$$E_k = 13.6 eV$$

$$E_{jonizacji} = -13.6 eV$$

4

Widmo wodoru

Znajdź długość fali w metrach dla pierwszych trzech linii serii Lymana dla wodoru. W jakim obszarze widma leżą te linie.

Rozwiązanie

Seria Lymana obejmuje przejścia z powłok wyższych na powłokę pierwszą, czyli gdy n = 1, m = 2, 3, 4,... Długość fali można obliczyć ze wzoru Balmera-Rydberga

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

gdzie $R = 10973731.534 m^{-1}$ oznacza stałą Rydberga.

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymamy

$$\lambda_{2\to 1} = 121.5 nm$$

$$\lambda_{3\to 1} = 102.5 nm$$

$$\lambda_{4\to 1} = 97.2 nm$$

5

Przejście elektronowe

Elektron w atomie wodoru przechodzi ze stanu n = 5 do stanu podstawowego n = 1. Znajdź energię i pęd emitowanego fotonu.

Rozwiązanie

Wykorzystując wzór z poprzedniego zadania dostajemy

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R\frac{m^2 - n^2}{n^2 m^2}$$

Wzór na energię jest już znany

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

więc wykorzystując wzór Rydberga

$$E = hcR\frac{m^2 - n^2}{n^2 m^2}$$

Pęd obliczymy ze wzoru

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

Foton nie ma masy spoczynkowej (m_O= O), więc jeden człon wyrażenia znika i zostaje tylko

$$E^2 = p^2 c^2$$

w ten sposób po przekształceniu otrzymujemy wyrażenie na pęd fotonu

$$p = \frac{E}{c}$$

Podstawiając wcześniejsze związki

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$p = hR\frac{m^2 - n^2}{n^2 m^2}$$

Po podstawieniu wartości liczbowych:

$$E = 13.1eV$$

$$p = 6.98 \cdot 10^{-27} m \cdot s^{-1} \cdot kg$$

6

Model Bohra

W modelu atomu wodoru Bohra orbity, n = 1,2,3,... są oznaczone literami K, L, M,.... Dla elektronów na każdej z orbit K, L, M, oblicz:

a. promieniowanie orbit,
b. częstość obiegu,
c. prędkości liniowe,
d. momenty pędu,
e. całkowitą energię układu.

a. Pytanie jest nieprecyzyjnie sformułowany. Postulat Bohra mówi o tym, że elektrony poruszające się po orbitach nie promieniują energii (inaczej musiałyby spadać na jądro). Fotony są wyświecane wtedy, gdy następuje przejście elektronu z orbity wyższej na niższą. Można, więc wykorzystać wzór Rydberga do wyznaczenia długości fal wypromieniowanych przy przejściach:

$$\lambda_{2\to 1} = 121.5nm$$

$$\lambda_{3\to 1} = 102.5nm$$

$$\lambda_{3\to 2} = 656.1nm$$

b. Należy wyprowadzić wzór ogólny, pozwalający obliczyć promień dowolnej orbity Bohrowskiego wodoru. Należy to zrobić w oparciu o postulat mówiący o skwantowaniu momentu pędu elektronu na orbicie.

$$L = n\frac{h}{2\pi}$$

gdzie ***L*** jest momentem pędu na orbicie ***n***. Dla przypomnienia moment pędu jest iloczynem wektorowym promienia wodzącego i pędu $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$. W przypadku toru będącego okręgiem wartość momentu pędu wyraża się jako

$$L = m\upsilon r\ .$$

Nie będę przeprowadzał całego wywodu dotyczącego wzoru na częstość obiegu (można go znaleźć w podręcznikach do szkoły średniej). Ograniczę się do podania wzoru.

$$\omega = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e r_n^3}}$$

gdzie

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} n^2$$

Po podstawieniu wielkości liczbowych otrzymamy

$$\omega_1 = 4.1 \cdot 10^{16} s^{-1}$$

$$\omega_2 = 5.1 \cdot 10^{15} s^{-1}$$

$$\omega_3 = 1.5 \cdot 10^{15} s^{-1}$$

c. Obliczenie prędkości liniowych polega jedynie na wymnożeniu częstości ω przez promień

$$\upsilon_n = \omega_n r_n$$

$$\upsilon_1 = 2175459 \frac{m}{s}$$

$$\upsilon_2 = 1087729 \frac{m}{s}$$

$$\upsilon_3 = 725153 \frac{m}{s}$$

d. Podstawiamy wartości do wzoru

$$L_n = n \frac{h}{2\pi}$$

$$L_1 = 1.0603 \cdot 10^{-34} m^2 s^{-1} kg$$

$$L_2 = 2.1206 \cdot 10^{-34} m^2 s^{-1} kg$$

$$L_3 = 3.1809 \cdot 10^{-34} m^2 s^{-1} kg$$

e. Całkowita energia układu.

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}$$

$$E_1 = -13.6 eV$$

$$E_2 = -3.4 eV$$

$$E_3 = -1.5 eV$$

Równanie Schrödingera

7

Funkcja falowa

$$\Psi(x) = A_n \sin\left(\frac{2\pi n}{L}x\right)$$

jest zdefiniowana jedynie w obszarze 0 <= x <= L. Skorzystaj z warunku normalizacji do obliczenia stałej A_n.

Rozwiązanie

Warunek normalizacji mówi o tym, że całka kwadratu modułu funkcji falowej po całej przestrzeni jest równa 1. Tutaj warunek będzie miał postać następującą.

$$\int_0^L A_n^2 \sin^2\left(\frac{2\pi n}{L}x\right)dx = 1$$

$$A_n^2 \int_0^L \sin^2\left(\frac{2\pi n}{L}x\right)dx = 1$$

Zastosujemy zamianę zmiennych. Niech

$$u = \frac{2\pi n}{L}x$$

wtedy

$$A_n^2 \frac{L}{2\pi n}\int_0^{2\pi n} \sin^2(u)du = 1$$

Obliczając całkę dostajemy, *(Całkę można spisać z tablic lub, jeśli ktoś chce, obliczyć metodą "przez części".)*

$$\int_0^{2\pi n} \sin^2(u)du = \left[-\frac{1}{2}\sin u \cos u + \frac{1}{2}u\right]_0^{2\pi u} = \pi n$$

Podstawiając wynik do warunku normalizacji otrzymamy

$$A_n^e \frac{L}{2} = 1$$

co daje ostatecznie

$$A_n = \sqrt{\frac{2}{L}}\ 1$$

Udowodnij, że

$$\Psi(x,t) = A\,exp\left[\frac{i}{\hbar}(px - Et)\right]$$

jest rozwiązaniem równania Schrödingera. Czy funkcja $\psi + \psi^*$ jest też rozwiązaniem?

Rozwiązanie

$$\Psi(x,t) = Ae^{\frac{i}{\hbar}(px-Et)}$$

warto zauważyć, że

$$\Psi(x,t) = Ae^{\frac{i}{\hbar}px}e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$$

czyli

$$\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$$

Funkcja falowa dała się rozłożyć na dwa czynniki, z których jeden zależy wyłącznie od położenia a drugi tylko od czasu. Jeśli wykonamy teraz podstawienie do równania Schrödingera

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(x,t) + U\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$$

więc

$$-\frac{\hbar^2}{2m}e^{-\frac{i}{\hbar}Et}\nabla^2\psi(x) + U\psi(x)e^{-\frac{i}{\hbar}Et} = i\hbar\psi(x)\left(-i\frac{E}{\hbar}\right)e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$$

dzieląc stronami przez $e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$ otrzymamy

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(x) + U\psi(x) = E\psi(x)$$

Równanie to jest nazywane równaniem Schrödingera bez czasu i dotyczy przypadków stacjonarnych tzn. takich gdzie potencjał U nie zależy od czasu.
Dalej pisząc o równaniu Schrödingera będę miał na myśli właśnie ***równanie Schrödingera bez czasu*** (*Wtedy funkcję falową daje się rozłożyć na dwa czynniki, z których jeden zależy tylko od położenia a drugi tylko od czasu*).

Podstawiając do tego równania jawnie funkcję

$$\psi(x) = Ae^{\frac{i}{\hbar}px}$$

dostajemy

$$\frac{p^2}{2m}\psi + U\psi = E\psi$$

Pomiędzy energią kinetyczną i pędem w fizyce nie relatywistycznej zachodzi związek

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$

więc równanie ma sens, dostaliśmy sumę energii potencjalnej i kinetycznej równą całkowitej energii cząstki, co jest prawdą.
Jak łatwo obliczyć funkcja $\zeta = \psi + \psi^*$ ma postać

$$\zeta = 2A\cos\left(\frac{1}{\hbar}(px - Et)\right)$$

po obliczeniach dostajemy

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\zeta = \frac{p^2}{2m}\zeta$$

co, podobnie jak poprzednio, można podstawić do równania Schrödingera.
Otrzymamy wtedy

$$\left(\frac{p^2}{2m} + U\right)\zeta = E\zeta$$

Lewa strona jest sumą energii kinetycznej i potencjalnej a prawa jest całkowitą energią cząstki. Wynika z tego, że lewa strona jest równa prawej, czyli funkcja $\zeta = \psi + \psi^*$ również spełnia równanie Schrödingera.

9

Zbadaj, czy

$$\psi(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$$

jest rozwiązaniem równania Schrödingera?

Rozwiązanie
Funkcję można wyrazić też wykorzystując związki

$$E = \hbar\omega$$

oraz

$$p = \hbar k$$

Wtedy przybierze postać

$$\psi = A\sin\left(\frac{1}{\hbar}(px - Et)\right)$$

Pozostało już tylko podstawienie do równania

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + U\psi = E\psi$$

podobnie jak w poprzednim zadaniu otrzymamy

$$\left(\frac{p^2}{2m} + U\right)\psi = E\psi$$

Ostatecznie możemy więc stwierdzić, że funkcja ψ spełnia równanie Schrödingera.

10

Wyznacz dozwolone wartości energii i funkcje falowe cząstki o masie m znajdującej się w nieskończenie głębokiej, prostokątnej studni potencjału o szerokości **L**.

Rozwiązanie
Sposobów rozwiązania jest kilka. Przedstawię najprostszy. Aby dotyczył też pozostałych zadań przyjmijmy, że potencjał jest następujący

$$V = \begin{cases} +\infty & \forall x \quad < 0 \\ 0 & \forall 0 \quad < x < L \\ +\infty & \forall x \quad > L \end{cases}$$

Tam gdzie potencjał jest nieskończenie duży funkcja falowa nie istnieje. W przedziale zerowego potencjału mogą występować funkcje falowe odpowiadające cząstce swobodnej poruszającej się w prawo oraz cząstce swobodnej poruszającej się w lewo. Dodatkowo na brzegach studni funkcja falowa musi znikać. Potencjał nie zależy od czasu, więc zrezygnujemy z pisania członów funkcji falowej zależnych od czasu. Uwzględniając to można napisać:

$$\psi(x) = \psi(x)_{\rightarrow} + \psi(x)_{\leftarrow}$$
$$\psi(0) = 0$$
$$\psi(L) = 0$$

czyli

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$
$$Ae^{ik0} + Be^{-ik0} = Ae^{ikL} + Be^{-ikL} = 0$$

wynika z tego, że A + B = 0 więc B = -A.
Można już zapisać ψ jako

$$\psi(x) = A\left(e^{ikx} - e^{-ikx}\right)$$

Przechodząc do zapisu trygonometrycznego ψ ma postać

$$\psi(x) = 2Ai\,sin(kx)$$

W sposób naturalny dla $\psi(x) = 0$ ale trzeba też pamiętać o tym, że $\psi(L) = 0$

$$2Ai\,sin(kL) = 0 \;\forall k = \frac{\pi}{L}n \text{ gdzie n=1,2,3,4...}$$

Funkcję falową trzeba jeszcze unormować:

$$4A^2 \int_0^L sin^2(kx)dx = 1$$

po obliczeniu całki

$$4A^2 \frac{1}{k}\left[-\frac{1}{2}sin(kx)cos(kx) + \frac{1}{2}(kx)\right]_0^L = 1$$

$$2A^2L = 1$$

$$A = \sqrt{\frac{1}{2L}}$$

Po uwzględnieniu wartości A oraz k funkcja ψ przybiera postać

$$\psi(x) = i\sqrt{\frac{2}{L}sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)}$$

Co po uwzględnieniu czynnika zależnego od czasu daje pełną funkcję falową $\Psi(x,t)$

$$\psi(x) = i\sqrt{\frac{2}{L}}sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)e^{-i\omega t}$$

Działając hamiltonianem na funkcję falową dostajemy wartości energii dla stanów własnych prostokątnej nieskończonej studni kwantowej.

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

E jest wartością własną hamiltonianu, czyli energią cząstki. Po podstawieniu funkcji falowej otrzymamy

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 2Ai\,sin(kx) = \frac{\hbar^2}{2m}k^2 2Ai\,sin(kx)$$

czyli

$$\hat{H}\psi = \frac{\hbar^2}{2m}k^2\psi$$

Energia cząstki po uwzględnieniu wartości k wyraża się wzorem

$$E = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}n^2$$ gdzie n=1,2,3...

Warto zauważyć, że cząstka w studni potencjału nie może przyjmować dowolnej energii. Poziomy energetyczne są skwantowane.

11

Cząstka znajduje się w stanie podstawowym w prostokątnej studni potencjału o szerokości L i całkowicie nieprzepuszczalnych ściankach $(0 < x < L)$. Oblicz prawdopodobieństwo znalezienia tej cząstki w obszarze

$$\frac{1}{3}L < x < \frac{2}{3}L$$

Rozwiązanie

W tym zadaniu można wykorzystać obliczenia z zadania poprzedniego. Należy kwadrat modułu unormowanej funkcji falowej $\psi(x)$ (x) przecałkować od $\frac{1}{3}L$ do $\frac{2}{3}L$

$$P = \int_{\frac{L}{3}}^{\frac{2L}{3}} \frac{2}{L}sin^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)dx$$

$$P = \frac{1}{\pi}\left[-sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)cos\left(\frac{\pi}{L}x\right) + \frac{\pi}{L}x\right]_{\frac{L}{3}}^{\frac{2L}{3}}$$

co po obliczeniu daje

P = 0,61

12

Przyjmując, że cząsteczka tlenu porusza się ze średnia prędkością termiczną w temperaturze T = 300K między dwoma kolejnymi zderzeniami znajduje się w prostokątnej studni potencjału o szerokości

$$L = 6 \cdot 10^{-8}\, m$$

Oszacuj liczbę możliwych poziomów energetycznych tej cząstki.

Rozwiązanie

Zadanie jest trochę dziwnie sformułowane i mało fizyczne, ale spróbujemy je rozwiązać następująco. Zakładając, że tlen w temperaturze pokojowej zachowuje się jak gaz doskonały, (co jest właściwie prawdą przy ciśnieniu normalnym i niższym niż normalne). Wtedy średnia energia kinetyczna cząsteczki wyraża się wzorem

$$\left\langle E_{k_{śr}} \right\rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

Porównując to ze wzorem na energię cząstki w prostokątnej studni potencjału dostajemy

$$\frac{3}{2} k_B T = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2$$

więc

$$n = \frac{L}{\hbar \pi} \sqrt{3 k_B T m}$$

Po podstawieniu otrzymamy wynik: cząsteczka, o której mowa w zadaniu znajduje się w stanie kwantowym n = 3277.

13

Jaka jest szerokość jednowymiarowej studni potencjału z nieskończenie wysokimi ścianami, jeżeli przy przejściu elektronu z drugiego na pierwszy poziom kwantowy wysyłana jest energia $\Delta E = 1 eV$

Rozwiązanie

Należy wykorzystać wzór na poziomy energetyczne w takiej studni, wyprowadzony w zadaniu 10 i rozwiązać równanie

$$E_2 - E_1 = \Delta E$$

więc

$$\frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \left(n_2^2 - n_1^2 \right) = \Delta E$$

$$L = \sqrt{\frac{h^2 \left(n_2^2 - n_1^2 \right)}{}}$$

po podstawieniu dostajemy

$$L = 1.063 \cdot 10^{-9}\, m$$