

Falowa natura promieniowania elektromagnetycznego.

Zadanie 1.

W telefonii komórkowej poziom bezpieczeństwa (w odniesieniu do szkodliwości oddziaływania promieniowania na materię żywą) określany jest za pomocą współczynnika **SAR (Specific Absorption Rate)**. SAR jest definiowany

$$SAR = \frac{\sigma E^2}{\rho}$$

gdzie σ jest przewodnictwem elektrycznym tkanki o gęstości ρ znajdującej się w polu elektromagnetycznym o natężeniu pola elektrycznego E . Przyjmuje się, że a jego maksymalna bezpieczna wartość wynosi **2W/kg**.

Oszacuj wartość pola elektrycznego występującego w tkance mózgu przy **SAR=2W/kg**.

Oszacuj wartość pola elektrycznego występującego w tkance mózgu w przypadku gdy do ucha przyłożony jest telefon o mocy **P=1W**. Załóż, że antena promieniuje izotropowo, a tkanka mózgowa znajduje się w odległości **r=3cm** od anteny. Przewodnictwo elektryczne mózgu σ jest równe **0,8 S/m** (dla $f=900\text{MHz}$), natomiast gęstość mózgu ρ wynosi około **1300 kg/m³**.

Rozwiązanie

$$SAR = \frac{\sigma E^2}{\rho} \Rightarrow E = \sqrt{\frac{SAR \rho}{\sigma}} \approx 57 \frac{V}{m}$$

W odległości r od punkтового źródła fali e-m o mocy P pojawia się średnie pole elektryczne E i średnie pole magnetyczne B . Związek między tymi parametrami jest następujący:

$$P = 4\pi r^2 \frac{EB}{\mu_0} = 4\pi r^2 \frac{E^2}{\mu_0 c} \Rightarrow E = \sqrt{\frac{P \mu_0 c}{4\pi r^2}}$$

Po wstawieniu danych .

Trzykrotnie większa od dopuszczalnej wartość pola wytworzona przez nadający telefon jest niepokojąca lecz trzeba pamiętać, że nie uwzględniono pochłaniania promieniowania przez tkanki znajdujące się między anteną i mózgiem. Wszystkie wprowadzone na rynek telefony badane są przy użyciu fantomów czyli symulatorów ciała ludzkiego, a współczynnik SAR musi być mniejszy od granicznej wartości 2W/kg

Zadanie 2.

Oszacuj o ile wzrośnie temperatura fragmentu mózgu o masie **m=50g** eksponowanego przez **t=10min** na promieniowanie mikrofalowe o mocy, przy której **SAR** jest równy **2W/kg**. Załóż, że promieniowanie całkowicie jest pochłonięte przez tkankę i nie ma wymiany ciepła tkanki z otoczeniem. Ciepło właściwe tkanki mózgowej **c_w** jest rzędu **4kJ/(kgK)**.

Rozwiązanie

Moc pochłaniana przez masę m tkanki wynosi:

$$P = SAR \cdot m$$

Ciepło wydzielone w tkance o masie m przez czas t wynosi:

$$Q = P \cdot t = SAR \cdot m \cdot t$$

Przy założeniu, że nie ma wymiany ciepła z otoczeniem mamy:

$$Q = m \cdot c_w \cdot \Delta T = SAR \cdot m \cdot t$$

Przyrost temperatury przy takich założeniach:

$$\Delta T = \frac{SAR \cdot t}{c_w} \approx 0,3K$$

Ponieważ tylko część promieniowania jest pochłaniana oraz mózg jest intensywnie chłodzony przez krew to można wnioskować, że nie grozi „przegrzanie” mózgu.

Zadanie 3.

Porównaj długość fali promieniowania mikrofalowego kuchenki mikrofalowej z wymiarem komory tej kuchenki. Magnetron w kuchenkach pracuje na częstotliwości **f=2,45 GHz**. Czy w kuchenkach może powstać zjawisko powstawania fali stojącej?

Rozwiązanie

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,45 \cdot 10^9} m \approx 10cm$$

Komory kuchenki mają wymiary około 30cm x 20 cm x 20 cm. W tych warunkach należy oczekiwać, że może powstać zjawisko powstawania fali stojącej.

Zadanie 4.

Kuchenka mikrofalowa o mocy **P=1400W** (moc pobierana przez urządzenie) ogrzewa zupę o masie **m_z=0,5 kg** i temperaturze **18°C** do temperatury **48°C** w ciągu czasu **t=5min**. Oszacuj wydajność tego procesu. Ciepło właściwe zupy **c_z** jest równe około **4kJ/(kgK)**, natomiast szklanego talerza **c_t=800 J/(kgK)**. Masa talerza **m_t= 200g**.

Rozwiązanie

Zakładając, że końcowa temperatura talerza i zupy jest taka sama, ilość ciepła pochłonięta przez talerz z zupą wynosi:

$$Q = (m_z \cdot c_z + m_t \cdot c_t) \cdot \Delta T$$

Wydajność procesu podgrzewania wynosi:

$$\eta = \frac{Q}{P \cdot t} \approx 15\%$$

Zadanie 5.

Wiązka promieniowania lasera o długości **λ=653 nm** pada prostopadłe na zapisaną standartową płytę CD. Po odbiciu na ekranie ustawionym w odległości **L=1,2m** zaobserwowano rząd plamek. Odległość między centralną plamką i sąsiednimi wynosi **x=0,5m**. Oblicz odległość między ścieżkami zapisu.

Rozwiązanie

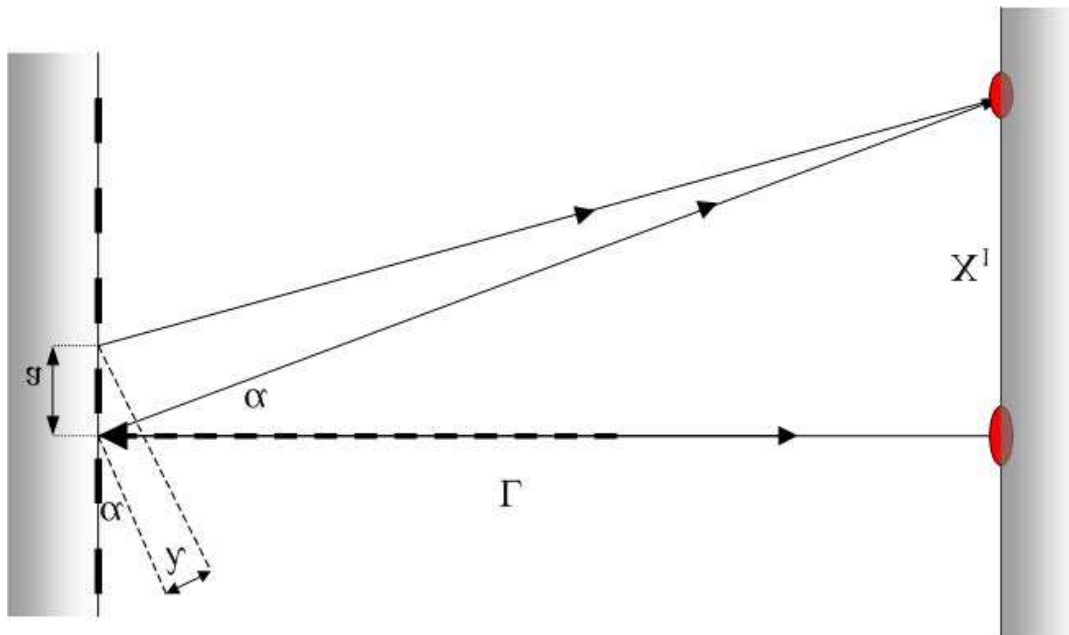
W płytce CD ścieżki zapisu są tym samym co rysy w siatce dyfrakcyjnej. Można powiedzieć, że CD jest siatką dyfrakcyjną z tym, że działającą na zasadzie odbicia padającego promieniowania. Zgodnie z zasadą Huyghensa lustrzane powierzchnie między ścieżkami zapisu są źródłem fal kulistych. W wyniku interferencji tych fal na ekranie pojawia się charakterystyczny rząd świecących punktów.

Dla siatki dyfrakcyjnej warunek powstania prążków dyfrakcyjnych k -tego rzędu pod kątem α jest następujący:

$$k\lambda = a \cdot \sin \alpha$$

Dla prążka pierwszego rzędu ($k=1$) mamy (rysunek):

$$\frac{\lambda}{a} = \sin \alpha = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + L^2}} \quad \text{czyli} \quad a = 1,7 \mu\text{m}$$



Uwaga: występowanie dyfrakcji na ścieżkach zapisu jest przyczyną mienienia się wszystkimi kolorami tęczy płyty CD oświetlonej światłem białym.

Zadanie 6.

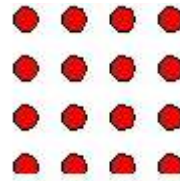
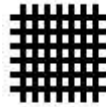
Wiązka promieniowania lasera o długości $\lambda=653 \text{ nm}$ pada prostopadłe na jedwabną tkaninę. Na ekranie ustawionym w odległości $L=1,5\text{m}$ zaobserwowano sieć kwadratową plamek. Cztery najbliższe plamki tworzą kwadrat o boku $x=3\text{mm}$. Oblicz odległości między nitkami.

Rozwiązanie

Tkanina działa jak dwie nałożone na siebie siatki dyfrakcyjne obrócone względem siebie o kąt 90° . Rysy siatek tworzą wtedy kratę a przechodzące przez nie światło lasera ulega dyfrakcji tworząc na ekranie regularną sieć punktów. Biorąc to pod uwagę odległość między nitkami a wynosi:

$$\frac{\lambda}{a} = \sin \alpha = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + L^2}} \approx \frac{x_1}{L} \quad \text{czyli} \quad a = 327 \mu\text{m}$$

Tkanina w powiększeniu i jej obraz dyfrakcyjny na ekranie.



Zadanie 7.

Na siatkę dyfrakcyjną o $m=100$ rys/mm pada prostopadle promieniowanie o długościach fal $\lambda_1=5890,0$ Å i $\lambda_2=5895,9$ Å, obserwowane następnie na ekranie jako dwa leżące bardzo blisko siebie (lecz jeszcze rozróżnialne) maksima pierwszego rzędu.

(a) Pod jakim kątem będą występować maksima pierwszego rzędu dla tych fal?

(b) Ile nacięć musiałaby mieć ta siatka, aby za jej pomocą można było rozróżnić linie w widmie trzeciego rzędu? Ile wynosiłaby wówczas stała tej siatki?

Rozwiązanie

Przy ugięciu światła na siatce dyfrakcyjnej wzmocnienie natężenia otrzymamy wówczas, gdy spełniony jest warunek:

$$n\lambda = d \sin \alpha \quad (1)$$

gdzie n jest rzędem widma ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$), λ - długością padającego światła, d - stałą siatki dyfrakcyjnej a α - kątem ugięcia.

(a) Stała siatki d :

$$d = \frac{1 \text{ mm}}{100} = 0,01 \text{ mm} = 10^{-5} \text{ m}$$

Kąt, pod którym będą występować maksima pierwszego rzędu, gdy długość padającego promieniowania wynosi $\lambda_1 = 5890,0$ Å znajdujemy przekształcając równanie (1):

$$d \sin \alpha_1 = \lambda_1$$

$$\alpha_1 = \arcsin \frac{\lambda_1}{d} \cong 3,377^\circ$$

Gdy długość padającego promieniowania wynosi $\lambda_2 = 5895,9$ Å:

$$\alpha_2 = \arcsin \frac{\lambda_2}{d} \cong 3,380^\circ$$

(b) Zdolność rozdzielczą R siatki dyfrakcyjnej można zdefiniować jako:

$$R = \frac{\lambda_{sr}}{\Delta \lambda} \quad (2)$$

gdzie λ_{sr} jest średnią długością fali dwóch linii widmowych, które są ledwie rozróżnialne, a $\Delta \lambda$ różnicą ich długości fali lub:

$$R = Nn \quad (3)$$

gdzie N oznacza całkowitą liczbę nacięć, którą musi mieć siatka dyfrakcyjna, aby za jej pomocą można było rozróżnić linie w widmie n -tego rzędu. Porównując wyrażenia (2) i (3) otrzymamy dla linii widmowych $\lambda_1 = 5890,0$ Å i $\lambda_2 = 5895,9$ Å:

$$N = \frac{\lambda_{sr}}{\Delta\lambda \cdot n} = 333$$

Wówczas stała tej siatki wynosiłaby:

$$d = \frac{1\text{mm}}{333} = 0,003\text{mm} = 3 \cdot 10^{-6}\text{ m}$$

Zadanie 8.

Siatkę dyfrakcyjną o **m = 500 rys/mm** oświetlono światłem o długości fali **$\lambda = 546\text{ nm}$** . W jakiej odległości od siebie znajdują się maksima pierwszego oraz drugiego rzędu na ekranie odległym o **L = 0,5m** od szczeliny?

Rozwiązanie

W rozważanym przypadku stała siatki dyfrakcyjnej:

$$d = \frac{1\text{mm}}{500} = 0,002\text{mm} = 2 \cdot 10^{-6}\text{ m}$$

Przy ugięciu światła na siatce dyfrakcyjnej wzmocnienie natężenia otrzymamy wówczas, gdy spełniony jest warunek:

$$n\lambda = d \sin\alpha \quad (1)$$

Korzystając z (1) otrzymamy:

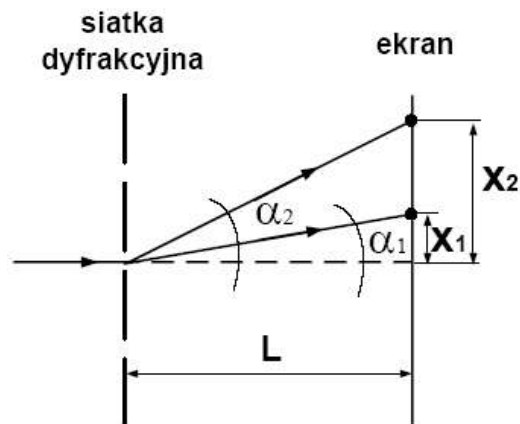
$$1\lambda = d \sin\alpha_1$$

$$2\lambda = d \sin\alpha_2$$

skąd:

$$\alpha_1 = \arcsin \frac{\lambda}{d} \quad (2)$$

$$\alpha_2 = \arcsin \frac{2\lambda}{d}$$



Z rysunku wynika, że:

$$x_1 = L \tan \alpha_1$$

$$x_2 = L \tan \alpha_2$$

gdzie kąty α_1 i α_2 opisane są wzorami (2). Czyli odległość, w jakiej znajdują się maksima pierwszego i drugiego rzędu:

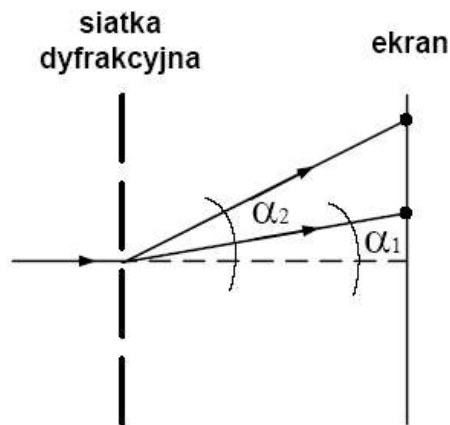
$$\Delta x = x_2 - x_1 = 0,18 \text{ m}$$

Zadanie 9.

Siatka dyfrakcyjna jest oświetlona prostopadłe wiązką światła białego. Czy widzialne widmo pierwszego rzędu może zachodzić na widmo rzędu drugiego? Zakres długości fal widzialnego widma światła białego przyjąć $4000 \text{ Å} \div 7000 \text{ Å}$.

Rozwiązanie

Założmy, że w widmie pierwszego rzędu maksymalny kąt, pod jakim została odchylona składowa światła białego o największej długości fali $\lambda_1 \cong 7000 \text{ Å}$ widmie drugiego rzędu składowa o najmniejszej długości fali $\lambda_2 \cong 4000 \text{ Å}$ została odchylona pod minimalnym kątem α_2 . Wówczas:



$$1\lambda_1 = d \sin \alpha_1 \quad (1)$$

$$2\lambda_2 = d \sin \alpha_2$$

gdzie d oznacza stałą siatki dyfrakcyjnej. Aby widmo drugiego rzędu zaszło na widmo rzędu pierwszego:

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

czyli z (1):

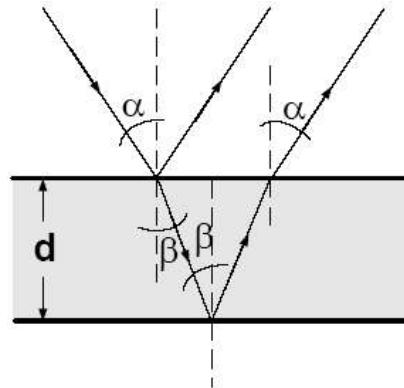
$$\lambda_1 = 2\lambda_2$$

Ponieważ widzialne widmo światła białego zawiera długości fal od $\lambda_2 \cong 4000 \text{ Å}$ do $\lambda_1 \cong 7000 \text{ Å}$, powyższy warunek nie może być spełniony.

Zadanie 10. Płaska błonka mydlana widziana w świetle odbitym, gdy promienie świetlne wpadają do oka pod kątem $\alpha = 30^\circ$ (jest to kąt mierzony od normalnej) ma zabarwienie zielone. Jaką grubość ma ta błonka? Jaka jest barwa błonki, gdy patrzymy na nią pod kątem $\alpha = 0^\circ$. Współczynnik załamania błonki przyjąć $n=1,33$ długość fali światła zielonego $\lambda_z=5016 \text{ \AA}$.

Rozwiązanie

Cienka błonka odbija promieniowanie o długości fali λ najintensywniej, gdy spełniony jest następujący warunek:



$$2nd \cos \beta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

gdzie n jest współczynnikiem załamania światła materiału, z którego wykonana jest błonka, d jest grubością błonki, β - kątem załamania światła promienia padającego na błonkę. Z prawa załamania światła:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$

czyli:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \quad (2)$$

Z (1) i (2):

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

W zadaniu, gdy $\alpha = 30^\circ$, płaska błonka mydlana widziana w świetle odbitym ma zabarwienie zielone. Podstawiając zatem w równaniu (3) $\lambda = \lambda_z$ możemy określić grubość błonki:

$$d = \frac{(2k + 1) \lambda_z}{4 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \quad (4)$$

Ponieważ $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, grubości błonki nie można obliczyć w sposób jednoznaczny. Najmniejszą grubość d_0 otrzymamy dla $k = 0$. Wówczas z równania (4) otrzymamy:

$$d_0 = \frac{\lambda_z}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = 1,02 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Gdy na błonkę popatrzymy pod kątem $\alpha = 0^\circ$, z równania (3) otrzymamy:

$$2dn = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

skąd:

$$\lambda = \frac{4nd}{2k + 1}$$

Dla $k = 0$:

$$\lambda = 4nd_0 = 5,427 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 542,7 \text{ nm}$$

czyli błonka obserwowana pod kątem $\alpha = 0^\circ$ miałaby barwę żółto-zieloną.

Zadanie 11.

Obserwator znajduje się w odległości **L=10m** od punkтового źródła światła o mocy promieniowania **P=100W**. Obliczyć maksymalne wartości natężenia pola elektrycznego i magnetycznego w miejscu, w którym stoi obserwator. Założyć, że źródło jest monochromatyczne i promieniuje w sposób jednorodny we wszystkich kierunkach.

Rozwiązanie

Założmy, że źródło promieniowania o mocy P znajduje się w środku kuli o promieniu L. Moc przepływająca przez powierzchnię tej kuli:

$$P = S_{sr} 4\pi L^2 \quad (1)$$

gdzie S_{sr} oznacza średnią wartość modułu wektora Poyntinga, związaną z amplitudą natężenia pola elektrycznego E_0 i magnetycznego H_0 w następujący sposób:

$$S_{sr} = \frac{1}{2} E_0 H_0 \quad (2)$$

Więc:

$$P = \frac{1}{2} E_0 H_0 4\pi L^2 \quad (3)$$

Wiadomo, że:

$$E_0 = c\mu_0 H_0 \quad (4)$$

gdzie c jest prędkością światła w próżni, a μ_0 przenikalnością magnetyczną próżni. Z (3) i (4) maksymalne wartości natężenia pola elektrycznego i magnetycznego wynoszą odpowiednio:

$$E_0 = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{P c \mu_0}{2\pi}} \cong 8 \text{ V/m}$$

$$H_0 = \frac{E_0}{c \mu_0} \cong 0,02 \text{ A/m}.$$

Zadanie 12.

Jaką grubość powinna mieć warstwa antyodbiciowa wykonana z **MgF₂** naniesiona na płytkę szklaną? Warstwy takie projektuje się w taki sposób, aby zminimalizować odbicia pochodzące od promieniowania widzialnego o długości fali **550nm** (centrum widma) padającego prostopadłe na warstwę. Współczynnik załamania szkła **n = 1,5** fluorku magnezu **n_w = 1,38**.

Rozwiązanie

Promień światła odbity od granicy powietrze-warstwa antyodbiciowa zmienia fazę. Podobnie, promień światła odbity od granicy warstwa-szkło. Zatem, aby nastąpiło wygaszenie interferencyjne obu promieni, różnica dróg przebytych przez te promienie musi być nieparzystą wielokrotnością połowy długości fali. Różnica dróg jest, przy założeniu, że światło pada prostopadłe do warstwy, równa dwukrotnej grubości warstwy.

Zatem:

$$2d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

gdzie d jest szukaną grubością warstwy, m liczbą całkowitą, a λ - długością fali.

Minimalna grubość wynosi zatem

$$d = \frac{1}{4}\lambda = 99,6 \text{ nm}$$

Uwaga: Zjawisko pozwalające wytwarzać warstwy bezodbiciowe jest tym samym zjawiskiem, które sprawia, że kałuża pokryta cienką warstwą oleju mieni się barwami tęczy.